

2.2. Математическая грамотность российских учащихся

Традиционно основной задачей исследований качества математического образования является оценка учебных достижений учащихся, т.е. оценка овладения конкретными вопросами содержания школьных курсов математики. Однако результаты других исследований показывают, что выпускники школы, овладевшие вопросами содержания, далеко не всегда способны применять полученные знания в повседневной жизни. Очевидно, что от развития этой способности существенно зависит возможность активного участия выпускника в жизни современного общества. Это и определило главную цель исследования PISA – оценить способность 15-летних учащихся использовать полученные знания и умения для решения широкого круга проблем, возникающих в повседневной жизни, и выявить тенденции развития этой способности. Выбор данной цели привел к необходимости изменить подходы к определению содержания и разработке всего инструментария исследования состояния математической подготовки учащихся по сравнению с другими мониторинговыми исследованиями.

Общие подходы к оценке математической грамотности 15-летних учащихся

Содержание оценки математической подготовки 15-летних учащихся основано на понятии **математической грамотности** – «способности человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живет, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину»¹. [1, p.84]

Согласно этому определению математической грамотности, исследование ставит перед собой задачу определить, насколько эффективно страны подготавливают 15-летних учащихся к выполнению роли активного, мыслящего и способного гражданина.

В исследовании считается, что математически грамотный человек обладает способностью:

- распознавать проблемы, которые возникают в окружающей действительности и могут быть решены средствами математики;
- формулировать эти проблемы на языке математики;
- решать эти проблемы, используя математические факты и методы;
- анализировать использованные методы решения;

¹ Assessing Reading, Mathematics and Scientific Literacy: A framework for PISA 2009. OECD, 2009

- интерпретировать полученные результаты с учетом поставленной проблемы;
- формулировать и записывать результаты решения.

Содержание, которое организаторы исследования вкладывают в понятие «математической грамотности», фактически сведено к так называемой «функциональной грамотности», которая, по словам А. А. Леонтьева, предполагает способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания и жизненный опыт для решения широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений.

Согласно цели исследования учащимся предлагаются не типичные учебные математические задачи, характерные для российских мониторинговых исследований, а близкие к реальным проблемные ситуации, связанные с разнообразными аспектами окружающей жизни и требующие для своего решения большей или меньшей математизации. В этих задачах обычно описывается, иногда достаточно многословно, некоторая ситуация и возникающая в ней проблема, которую можно разрешить доступными учащемуся средствами математики. Эти ситуации в большей или меньшей степени связаны с жизнью учащихся: личной жизнью, жизнью школы или общества, профессиональной деятельностью, наукой. Поставленные в них проблемы нередко имеют межпредметный характер. Для их решения наряду с математическими знаниями необходимо использовать знания, приобретенные при изучении других предметов (например, знание о часовых поясах и диаграммах населения из географии, знание о физических процессах из физики). При этом принципиально, что задания на проверку математической грамотности включаются в тест, который содержит задания, составленные на материале из разных предметных областей (чтение, естествознание, математика). Таким образом реально обеспечивается возможность проверки умения распознать ситуацию, требующую применения знаний по математике.

Содержание заданий соответствует одной из четырех *содержательных областей*: *Пространство и форма* – вопросы, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу; *Изменение и зависимости* – вопросы, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом; *Количество* – эта область включает вопросы, связанные с числами; в программах по математике этот материал чаще всего относится к арифметике; *Неопределенность* – включает вероятностные и статистические явления и зависимости, которые имеют самое непосредственное отношение к современному информационному обществу и являются предметом изучения разделов

статистики и вероятности. Эти четыре содержательных области, как справедливо считают организаторы и участники исследования, покрывают диапазон математических знаний, необходимых 15-летним учащимся в качестве основы для жизни и для дальнейшего расширения их математического горизонта.

Содержание заданий, предлагаемых в тестах, связано с традиционными разделами или темами, составляющими основу школьных программ по математике в большинстве стран мира, в том числе и в России: *числа, алгебра, функции, геометрия, вероятность, статистика, дискретная математика*.

В исследовании состояние математической грамотности учащихся, кроме владения материалом выделенных содержательных областей, характеризуется обладанием рядом познавательных математических компетенций. В совокупности эти компетенции составляют познавательную математическую компетентность. *Математическая компетентность* учащихся определяется как сочетание математических знаний, умений, опыта и способностей человека, обеспечивающих успешное решение различных проблем средствами математики.

Для описания познавательной деятельности в исследовании выделяются три группы математических компетенций: *воспроизведение, установление связей, рассуждения*.

Математические компетенции в группе «воспроизведение» включают: воспроизведение знакомых математических объектов и свойств, математических фактов и алгоритмов, прямое применение известных стандартных приемов, способов, процедур и технических навыков в стандартной ситуации, работа со стандартными, знакомыми выражениями и формулами, непосредственное выполнение вычислений.

Группа компетенций «установление связей» строится на репродуктивной деятельности по решению задач, которые хотя и не являются стандартными, но все же знакомы учащимся или же выходят за рамки известного лишь в очень малой степени. Эти задачи для своего решения требуют продемонстрировать способность к интеграции и установлению связей между материалом, относящимся к различным содержательным областям или тематическим разделам программы, а также между разными формами представления информации в описанной жизненной ситуации.

Группа компетенций «рассуждения» является развитием предыдущей группы компетенций. Она включает способность учащихся составить план стратегии решения и применить его для разрешения комплексной проблемной ситуации. По сравнению с заданиями, характерными для применения предыдущей группы компетенций, комплексная проблема содержит больше элементов (количественных данных и условий, которые надо учитывать при поиске и отборе

полученных решений), и может быть незнакома учащимся. От учащихся требуются определенная интуиция и творческий подход к выбору соответствующих математических методов, применение знаний из разных разделов программы, самостоятельная разработка алгоритма действий. Кроме того от учащихся требуется умение проводить обоснованные рассуждения, обобщение и объяснение полученных результатов в новых для них ситуациях.

Во многих заданиях информация предъявляется не только в вербальной форме, но и в виде таблиц, диаграмм, графиков, рисунков, схем. Учащимся требуется извлечь нужную для ответа на вопрос информацию при разных формах ее подачи, причем в отдельных заданиях им приходится работать одновременно с несколькими таблицами, графиками, диаграммами. Особенности заданий свидетельствуют о том, насколько большое значение в данном исследовании придается проверке умения анализировать предложенную ситуацию.

Успешное выполнение большинства заданий связано с развитием таких важнейших общеучебных умений, как умение внимательно прочесть и проанализировать некоторый связный текст, выделить в приведенной в нем информации только те факты и данные, которые необходимы для получения ответа на поставленный вопрос.

Необходимо отметить, что принципиальной особенностью заданий международного теста является опора на относительно небольшой объем математических знаний и умений из общего курса математики 5-6 классов российской школы и овладение небольшим количеством фактов и методов из разделов алгебры, геометрии, вероятности и статистики в курсах математики 7-9 классов.

Очевидно, что изучение математической подготовки учащихся в исследовании PISA нетрадиционно для России. В российской школе всероссийские и локальные проверки, как правило, ориентированы на выявление уровня овладения конкретным математическим аппаратом, умением решать учебные математические задачи различного, подчас достаточно высокого, уровня сложности.

В проведенном исследовании можно выделить относительно небольшой перечень знаний и умений, которые на международном уровне считаются необходимыми для математически грамотного современного человека. К ним относятся: вычисления с рациональными числами, действия с процентами, использование масштаба; выполнение действий с различными единицами измерения (длины, массы, времени, скорости); составление и решение линейных уравнений; простые комбинаторные задачи, решаемые методом перебора вариантов; работа с формулами; составление формулы общего члена знаковой и числовой последовательности; пространственные представления,

пространственное воображение, некоторые элементарные свойства стандартных пространственных фигур, длина окружности, площадь круга, прямоугольника, квадрата, треугольника, нахождение периметра и площадей нестандартных фигур; чтение и интерпретация количественной информации, представленной в различной форме (таблиц, диаграмм, графиков реальных зависимостей), характерной для средств массовой информации; использование среднего арифметического для характеристики явлений и процессов, близких к реальной действительности, содержательная интерпретация вероятности события, нахождение вероятности несложных независимых случайных событий и числа наступления события по его вероятности.

Особенности заданий для оценки математической грамотности в 2009 году

В отличие от 2003 г., когда приоритетной областью оценки была математическая грамотность, в 2006 и 2006 гг. приоритетными были другие области – естественнонаучная грамотность (2006 г.) и читательская грамотность (2009 г.). Поэтому в 2009 г. было уменьшено количество математических заданий в международных тестах по сравнению не только с 2003 г., но и с 2006 г.

Для выявления тенденций в изменении состояния математической подготовки тестирование проводилось с помощью заданий, которые были использованы в 2003 и 2006 гг. Из 54 заданий (85 вопросов) 2003 г. в тесты 2006 г. было отобрано 31 задание, содержащее 48 вопросов. Из заданий 2006 г. в тесты 2009 г. было включено 24 задания (35 вопросов). При отборе этих заданий возможность проводить сравнение результатов 2003, 2006 и 2009 гг. и получать на этой основе объективные выводы относительно состояния и тенденций в изменении математической подготовки российских учащихся обеспечивалась за счет включения в тесты 2009 г. представительной выборки заданий из тестов 2003 и 2006 гг.

Содержание заданий опиралось на материал, изучаемый в российской школе. Однако акценты, сделанные в исследовании на использование материала выделенных учебных тем, резко расходятся со структурой и содержанием курсов, которые изучали российские 15-летние учащиеся. Основной акцент в исследовании делается на арифметику и пространственную геометрию, т.е. на тот материал, который в большинстве зарубежных стран продолжает изучаться до 10 класса включительно, а в российской школе завершается в 6 классе. В то же время вопросы, которые для 15-летних учащихся России были центральными в течение трех-четырех предшествующих лет (алгебра, систематический курс планиметрии), в проверке практически не представлены.

Для выполнения части заданий требовалось знание материала, который до 2004 г. не входил в программу российской основной школы. Это задания, составленные на материале тем «Вероятность» и «Статистика», которые составляли примерно треть всех заданий в тестах 2009 года. С 2004 года этот материал является обязательным для изучения, но его освоение не контролируется на государственном уровне. Безусловно, это обстоятельство негативно отразилось на результатах выполнения тестов в 2009 году.

Отметим также, что при выполнении международного теста фактически не потребовались знания основных вопросов математики, которые изучались в 8-9 классах российской школы. Поэтому можно сказать, что в 2003, 2006 и 2009 гг. математическая грамотность учащихся России оценивалась не на том материале, который они изучали последние два года. Это обстоятельство заставляет подходить достаточно осторожно к выводам о состоянии математической подготовки российских 15-летних учащихся в целом, сделанным на основе результатов исследования PISA.

Основные результаты

По результатам выполнения математической части международного теста учащимися каждой конкретной страны для каждой страны было определено место среди других участников исследования. Сравнение математической подготовки учащихся стран-участниц проводилось на основе сравнения средних баллов учащихся страны и групп учащихся, достигнувших выделенные в исследовании уровни математической грамотности.

В таблице 2.2.1. представлены средние баллы за выполнение математических заданий и места (ранги), на которых расположились 65 стран-участниц.

В ряду, упорядоченном по средним баллам, которые присвоены странам, Россия занимает 38 место. Однако средние баллы 2 стран (Греции и Хорватии) существенно не отличаются от среднего балла России, поэтому на самом деле Россия расположена на интервале 38-39 места. Заметим, что 38-е место России не должно пониматься буквально в том смысле, что российские учащиеся по всем тестовым заданиям показали результат ниже, чем учащиеся 37 стран, имеющих значимо более высокий средний балл. На самом деле, российские учащиеся, действительно уступая в целом по выполнению тестов лидирующим странам (1-6 места: Шанхай (Китай), Сингапур, Гонконг, Республика Корея, Тайвань, Финляндия), на некоторые тестовые задания ответили не хуже, а иногда и лучше, чем учащиеся стран, занявших последующие 7-20 мест (Швейцария, Япония, Канада, Нидерланды, Новая Зеландия, Бельгия, Австралия, Германия, Эстония, Исландия, Дания и др.)

Таблица 2.2.1

Результаты стран по математической грамотности

		Страна	Средний балл	Стандартная ошибка измерения	Место страны среди других стран
1.	Страны, средний балл которых статистически значимо выше среднего балла по странам ОЭСР	Шанхай (Китай)	600	(2,8)	1
2.		Сингапур	562	(1,4)	2
3.		Гонконг (Китай)	555	(2,7)	3-4
4.		Республика Корея	546	(4,0)	3-6
5.		Тайвань	543	(3,4)	4-7
6.		Финляндия	541	(2,2)	4-7
7.		Лихтенштейн	536	(4,1)	5-9
8.		Швейцария	534	(3,3)	6-9
9.		Япония	529	(3,3)	8-12
10.		Канада	527	(1,6)	9-12
11.		Нидерланды	526	(4,7)	8-13
12.		Макао (Китай)	525	(0,9)	10-12
13.		Новая Зеландия	519	(2,3)	12-14
14.		Бельгия	515	(2,3)	13-17
15.		Австралия	514	(2,5)	13-17
16.		Германия	513	(2,9)	13-17
17.		Эстония	512	(2,6)	14-17
18.		Исландия	507	(1,4)	17-19
19.		Дания	503	(2,6)	18-21
20.		Словения	501	(1,2)	19-21
21.	Страны, средний балл которых не отличается от среднего балла по странам ОЭСР	Норвегия	498	(2,4)	19-26
22.		Франция	497	(3,1)	19-28
23.		Словацкая Республика	497	(3,1)	19-28
24.		Австрия	496	(2,7)	20-28
25.		Польша	495	(2,8)	21-29
26.		Швеция	494	(2,9)	21-30
27.		Чешская Республика	493	(2,8)	22-31
28.		Великобритания	492	(2,4)	23-31
29.	Страны, средний балл которых статистически значимо ниже среднего балла по странам ОЭСР	Венгрия	490	(3,5)	23-34
30.		Люксембург	489	(1,2)	28-33
31.		США	487	(3,6)	26-36
32.		Ирландия	487	(2,5)	28-35
33.		Португалия	487	(2,9)	28-36
34.		Испания	483	(2,1)	32-36
35.		Италия	483	(1,9)	32-36
36.		Латвия	482	(3,1)	32-37
37.		Литва	477	(2,6)	36-38
38.		Россия	468	(3,3)	38-39
39.		Греция	466	(3,9)	38-40
40.		Хорватия	460	(3,1)	39-40
41.		Дубай (ОАЭ)	453	(1,1)	41-42
42.		Израиль	447	(3,3)	42-44
43.		Турция	445	(4,4)	41-44
44.		Сербия	442	(2,9)	42-44
45.		Азербайджан	431	(2,8)	45-47
46.		Болгария	428	(5,9)	45-51
47.		Румыния	427	(3,4)	45-49
48.		Уругвай	427	(2,6)	45-49
49.		Чили	421	(3,1)	47-51
50.		Таиланд	419	(3,2)	48-52
51.		Мексика	419	(1,8)	49-51
52.		Тринидад и Тобаго	414	(1,3)	51-52
53.		Казахстан	405	(3,0)	53-54
54.		Черногория	403	(2,0)	53-54
55.		Аргентина	388	(4,1)	55-58
56.		Иордания	387	(3,7)	55-58
57.		Бразилия	386	(2,4)	55-58
58.		Колумбия	381	(3,2)	56-59
59.		Албания	377	(4,0)	57-61
60.		Тунис	371	(3,0)	59-63
61.		Индонезия	371	(3,7)	59-63
62.		Катар	368	(0,7)	61-63
63.		Перу	365	(4,0)	61-64
64.		Панама	360	(5,2)	62-64
65.		Кыргызстан	331	(2,9)	65

Распределение российских учащихся по уровням математической грамотности

Для характеристики состояния математической грамотности учащегося был использован способ, учитывающий реальную трудность заданий международного теста, с которыми успешно справился этот ученик. Реальная трудность задания оценивалась баллом, который определялся по 1000-балльной шкале на основе результатов его выполнения участниками исследования. Затем каждому учащемуся с учетом реальной трудности всех решенных им заданий по этой же шкале выставлялись баллы, на основе которых можно было оценивать состояние его математической грамотности.

Очевидно, что эта оценка математической грамотности ученика имеет вероятностный характер. Поэтому ее нельзя трактовать так, что конкретный ученик не способен решить ни одной задачи, реальная трудность которой выше полученного им балла, и решит любую задачу, трудность которой ниже полученного им балла. В то же время существует достаточно большая вероятность (62%), что ученик успешно справится с заданиями, трудность которых ниже оценки состояния его математической грамотности, и, скорее, не сможет выполнить задания, трудность которых выше полученной им оценки.

Разработчики исследования разделили 1000-балльную шкалу на 6 промежутков по убыванию значений. Каждый из этих промежутков определял один из 6 выделенных уровней познавательной математической деятельности, которая требовалась для решения заданий, по трудности соответствующих данному промежутку. Самый высокий 6-й уровень определялся группой заданий, трудность которых была оценена самыми высокими баллами (выше 699 баллов) по сравнению с другими заданиями. Самый низкий уровень – 1-й (ниже 358 баллов). Уровень математической грамотности учащихся, которые не достигли 1-го уровня, считался ниже 1-го.

В таблице 2.2.2 приведено описание видов деятельности, характерной для каждого из выделенных уровней математической грамотности.

Различие математической деятельности, характерной для каждого из 6-ти выделенных уровней, определяется: сложностью интерпретации и рассуждений, необходимых для решения проблемы; сложностью способа решения (от одношагового до многошагового решения); формой представления информации (от единственной формы до нескольких форм); сложностью математической аргументации.

Таблица 2.2.2

Описание уровней математической грамотности в исследовании PISA-2009

Уровень	Нижняя граница уровня	% уч-ся в России и странах ОЭСР	Что могут продемонстрировать учащиеся, достигшие данного уровня математической грамотности
6	669	1% учащихся России могут выполнять задания 6 уровня трудности, 3,1% в среднем по странам ОЭСР	<p>Учащиеся, математическая грамотность которых отвечает этому уровню, могут осмыслить, обобщить и использовать информацию, полученную ими на основе исследования и моделирования сложных проблемных ситуаций. Они могут связывать и использовать информацию из разных источников, представленную в различной форме, и успешно оперировать с ней. Эти учащиеся обладают продвинутым математическим мышлением и умением проводить рассуждения. Они могут применять интуицию и понимание наряду с владением математическими символами, операциями и зависимостями для разработки новых подходов и стратегий для разрешения новых проблемных ситуаций. Учащиеся могут формулировать и точно выражать свои действия и размышления относительно своих находок, интерпретации, аргументов и соответствия их предложенной ситуации.</p> <p><i>Пример задания: «Садовник» (687 баллов), Приложение 3.</i></p>
5	607	5,3% учащихся России могут выполнять задания 5 уровня трудности, 12,7% в среднем по странам ОЭСР	<p>Учащиеся могут создавать и работать с моделями сложных проблемных ситуаций, распознавать их ограничения и устанавливать соответствующие допущения. Они могут выбирать, сравнивать и оценивать соответствующие стратегии решения комплексных проблем, связанных с созданной моделью. Эти учащиеся при рассмотрении предложенной ситуации могут работать целенаправленно, используя хорошо развитое умение размышлять и рассуждать, соответствующие связанные между собой формы представления информации, описание с помощью символов и формального языка, а также интуицию. Они способны размышлять над выполненными ими действиями, формулировать и излагать свою интерпретацию и рассуждения.</p> <p><i>Пример задания: Тестовые оценки (620 баллов), Приложение 3.</i></p>
4	545	18% учащихся России могут выполнять задания 4 уровня трудности, 31,6% в среднем по странам ОЭСР	<p>Учащиеся способны эффективно работать с разработанными моделями сложных конкретных ситуаций, которые могут иметь определенные ограничения или требуют формулировки некоторых допущений. Эти учащиеся могут выбрать и интегрировать информацию, представленную в различной форме и использующую математические символы, и связывать ее напрямую с различными аспектами предложенных реальных ситуаций. Они могут в этих условиях использовать хорошо развитые умения и продуктивно рассуждать, опираясь на свою интуицию. Эти учащиеся могут сформулировать и записать свои объяснения и аргументы, опираясь на свою интерпретацию, доводы и действия.</p> <p><i>Пример задания: Обменный курс (вопрос 3 – 586 баллов), Приложение 3.</i></p>

Уровень	Нижняя граница уровня	% уч-ся в России и странах ОЭСР	Что могут продемонстрировать учащиеся, достигшие данного уровня математической грамотности
3	482	43% учащихся России могут выполнять задания 3 уровня трудности, 55,9% в среднем по странам ОЭСР	<p>Эти учащиеся способны выполнять четко описанные процедуры, которые могут требовать принятия решения на каждом последующем шаге. Они могут выбирать и применять простые методы решения. Эти учащиеся способны интерпретировать и использовать информацию, представленную в различных источниках, и проводить рассуждения на этой основе. Они в состоянии кратко описать свою интерпретацию, результаты и аргументацию.</p> <p><i>Пример задания: Увеличение роста (вопрос 4 – 525 баллов), Приложение 3.</i></p>
2	420	71,5% учащихся России могут выполнять задания 2 уровня трудности, 77,9% в среднем по странам ОЭСР	<p>Эти учащиеся могут интерпретировать и распознать ситуации, в которых согласно условию требуется сделать только прямой вывод. Они способны извлечь информацию из единственного источника и использовать информацию, представленную в одной форме. Учащиеся могут применять стандартные алгоритмы, формулы, процедуры или правила. Они способны проводить прямые рассуждения и грамотно интерпретировать полученные результаты.</p> <p>В России соответствуют только 2 уровню результаты 28,5% учащихся Выше 2 уровня – 43% Ниже 2 уровня – 28,5% <i>Пример задания: Лестница (421 балл), Приложение 3.</i></p>
1	358	90,5% учащихся России могут выполнять задания 1 уровня трудности, 91,9% в среднем по странам ОЭСР	<p>Эти учащиеся способны ответить на вопросы в знакомой ситуации, когда эти вопросы ясно сформулированы и представлена вся необходимая информация. Они способны в четко определенных ситуациях определить нужную информацию и выполнить стандартные процедуры в соответствии с прямыми указаниями. Они могут выполнить действия, которые явно следуют из описания предложенной ситуации.</p> <p>В России соответствуют только 1 уровню результаты 19% учащихся Выше 1 уровня – 71,5% Ниже 1 уровня – 9,5% <i>Пример задания: Обменный курс (вопрос 6 – 406 баллов), Приложение 3.</i></p>

В исследовании считается, что все виды математической деятельности, которые выделены на более низких уровнях, являются составными частями деятельности, присущей более высокому по сравнению с ними уровню. При этом отнесение учащихся к группе, показавшей результаты ниже 1-го уровня, означает, что этот ученик не смог успешно применить свои математические знания даже в самых простых ситуациях, которые были предложены в международных тестах.

Каждому из шести выделенных уровней математической грамотности отвечают соответствующие задания, включенные в варианты международного теста.

В заданиях, отвечающих самому *низкому 1-му уровню* математической грамотности, предлагается относительно знакомая проблемная ситуация. Для ее разрешения требуется интерпретация несложного текста, прямое применение хорошо известных математических знаний в знакомой ситуации. В основном требуется, например, «прочитать» некоторые данные на графике или в таблице, выполнить очевидные вычисления, упорядочить некоторое небольшое множество чисел, подсчитать число возможных комбинаций в несложной комбинаторной задаче, решить несложную практическую задачу, например, использовать обменный курс при обмене валюты (см. Приложение 3, задание «Обменный курс» (вопрос 6 – 406 баллов)).

В заданиях, отвечающих *средним уровням* (3-4-му) математической грамотности, от учащихся требуется интерпретировать описание более сложной ситуации, с которой учащиеся, возможно, и встречались, но не практиковались. В этих заданиях предлагается несколько более формальных способов представления информации, которую надо связать между собой, чтобы проанализировать ситуацию. При их решении часто требуется построить цепочку рассуждений или выполнить последовательность вычислений, привести несложные объяснения выполненных действий. Необходимая математическая деятельность может включать: интерпретацию нескольких связанных между собой графиков, извлечение необходимых данных и интеграцию информации, представленной в тексте условия задания на графике или в таблице; использование масштаба карты для определения расстояний; пространственных представлений знакомых геометрических объектов, пространственного воображения и геометрических знаний для определения значений искомых геометрических величин; нахождение скорости и пройденного расстояния, запись краткого обоснования или объяснения полученного ответа (см. Приложение 3, задания: «Увеличение роста» (вопрос 4 – 525 баллов) и «Обменный курс» (вопрос 3 – 586 баллов)).

В заданиях, отвечающих более *высоким уровням* (5-му и 6-му) математической грамотности, требуется интерпретация более сложной незнакомой ситуации и, соответственно, более сложные размышления и творческий подход для ее разрешения. Обычно нужно самостоятельно составить математическую модель предложенной ситуации, аргументировать и создать соответствующий способ решения. Ситуация может быть разрешена с помощью различных способов решения, на которые условие задачи не дает даже намека. У 15-летних учащихся во всех странах выполнение подобных заданий вызвало значительные

затруднения (см. Приложение 3, задания «Садовник» (687 баллов) и «Тестовые оценки» (620 баллов)).

Распределение учащихся на основе результатов тестирования по выделенным шести уровням математической грамотности используется наряду со средним баллом в качестве показателя успешности стран-участниц.

Тенденцию характера изменений в состоянии математической грамотности российских учащихся с 2003 по 2009 гг. позволяют выявить данные таблицы 2.2.3 и рис. 2.2.1.

Таблица 2.2.3

Распределение российских учащихся по уровням математической грамотности в 2003, 2006, 2009 гг. (в %)

Год	Уровни математической грамотности						
	6-ой	5-ый	5-ый	3-ий	2-ой	1-ый	Ниже 1-го
2003	1,6	5,4	13,2	23,1	26,4	18,8	11,4
2006	1,7	5,7	14,7	24,2	27,0	17,6	9,1
2009	1,0	4,3	12,7	25,0	28,5	19,0	9,5

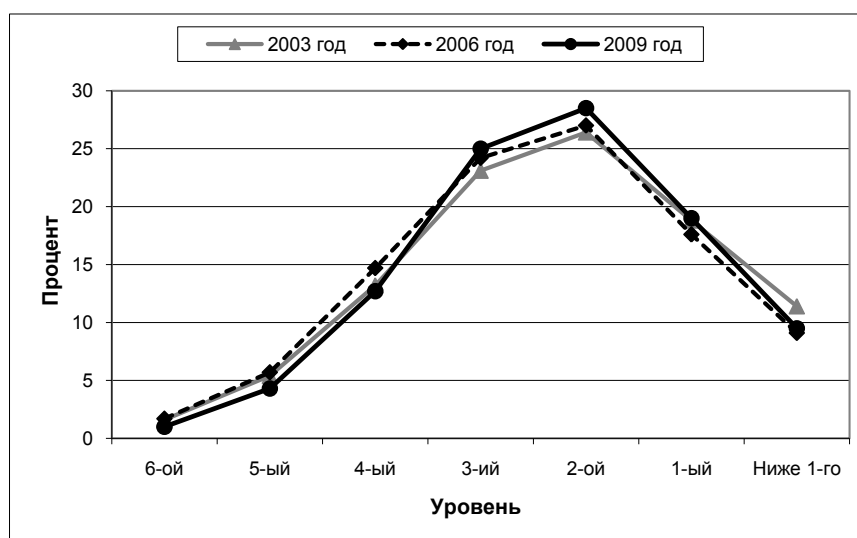


Рис. 2.2.1. Распределение российских учащихся по уровням математической грамотности

Данные таблицы 2.2.3 явно показывают в 2006 г. небольшое увеличение (примерно на 2%) процента учащихся, продемонстрировавших более высокие уровни 4-6 математической грамотности, и соответственно небольшое уменьшение процента учащихся, продемонстрировавших более низкие уровни 1-3. Однако в 2009 г. тенденция явно изменилась на обратную – успешность российских учащихся понизилась не только по отношению к 2006 г. (на 4%), но и по отношению к 2003 г. (на 2%). Это означает, что за

прошедшие 6 лет не произошло никаких положительных изменений в состоянии математической грамотности российских 15-летних учащихся.

Представляет интерес соотнести состояние математической грамотности российских учащихся с учащимися других стран. На рис. 2.2.2 показано распределение учащихся всех стран-участниц по установленным в исследовании шести уровням математической грамотности.

Для содержательной интерпретации данных, представленных на рисунке, проведем сравнение состояния математической грамотности российских учащихся и учащихся некоторых стран, результаты которых в большей или меньшей степени отличаются от российских.

Результаты тестирования российских учащихся в сравнении с собственными результатами и результатами других стран явно демонстрируют тенденцию на снижение к 2009 году. Самые высокие **5-6-й** уровни математической грамотности показали в России: 2003 г. – 7%; 2006 г. – 7,4%; 2009 г. – 5,3% .

В лидирующих странах в 2009 году 5-6-й уровни математической грамотности показали: Южная Корея – 25,5%, Швейцария – 24,1%, Финляндия – 21,6%, т.е. на 16-20% выше, чем в России. В следующей за ними группе стран (места 6-15): Япония – 20,9%, Германия – 17,8%, Австралия – 16,4%, Эстония – 12,0%, а в группе стран (места 21-29): Франция – 13,7%, Чешская Республика – 11,7%, Польша – 10,4%, Норвегия – 10,2%, т.е. на 5-15% выше, чем в России.

Считается, что достижение **2-6** уровней математической грамотности характеризует наличие умений, которые обеспечивают возможность активно использовать математику. В лидирующих странах таких учащихся 90-94% (2006, 2009 гг.), в странах, занимающих 6-15 места – до 84%, занимающих 14-20 места – до 80% (2006, 2009 гг.), занимающих 21-29 места – до 77%. Таким образом, по сравнению со странами, занимающими 1-29 места, этот показатель явно превышает показатель России – 73% и 71% (2006, 2009 гг.).

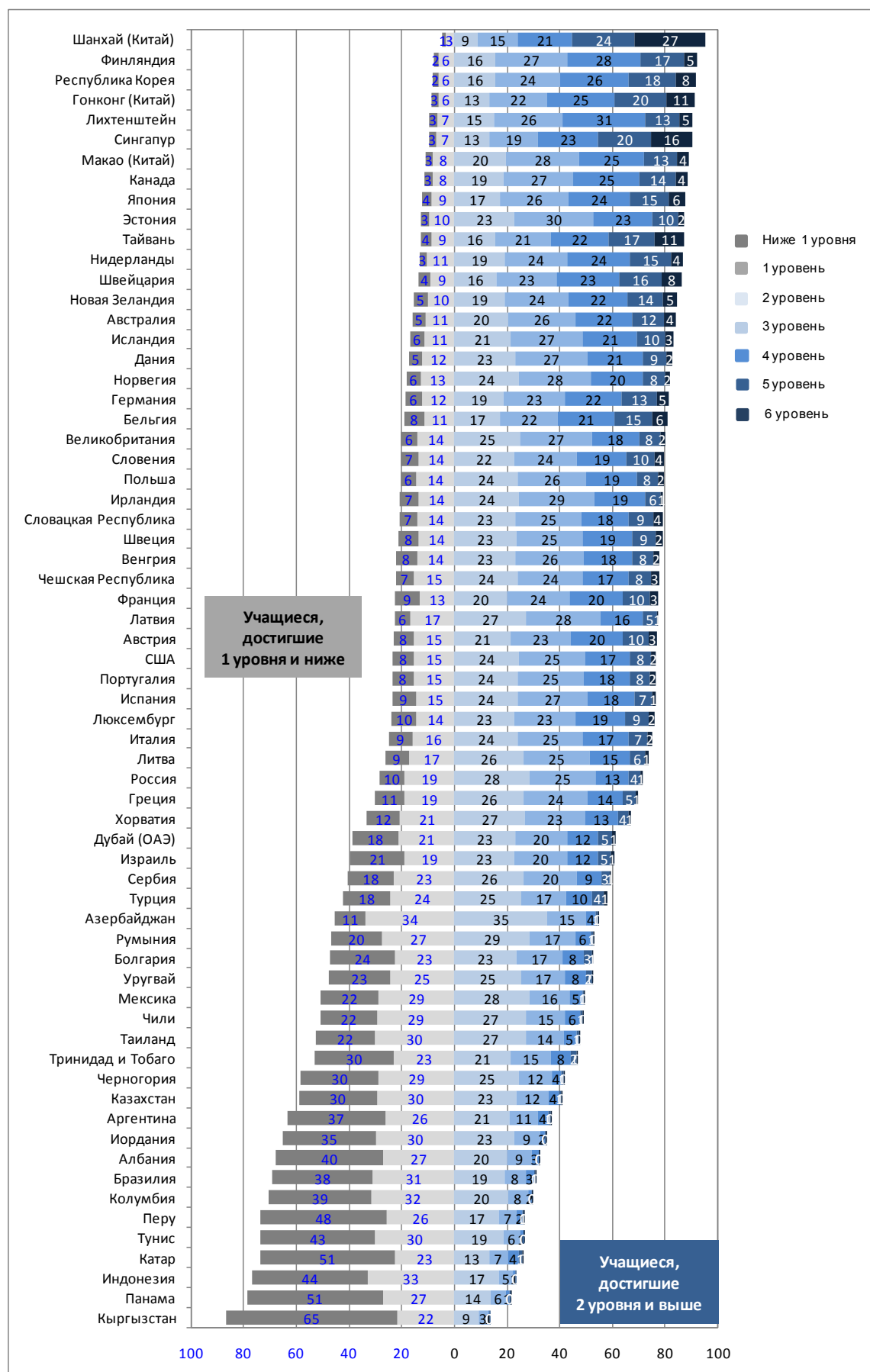


Рис. 2.2.2. Распределение учащихся стран-участниц, показавших различные уровни сформированности математической грамотности (Страны показаны в порядке уменьшения процента учащихся, достигших уровня со 2 по 6.)

Гендерные различия в математической грамотности российских учащихся

Отметим также интересную тенденцию, которая выявилась в результатах российских учащихся, показанных в международных исследованиях математической подготовки школьников. Так, в исследовании PISA-2003 впервые проявилось хотя и небольшое, но, тем не менее, значимое различие между результатами девушек и юношей в пользу юношей. Подобные различия проявились и в 2006 г., и в 2009 гг., но не являются значимыми с учетом ошибки измерения.

Для многих стран различие в уровне математической грамотности юношей и девушек является значимым – разность средних баллов юношей и девушек составляет от 5 до 32 баллов. Это означает, что практическая составляющая курса математики в этих странах лучше усваивается юношами, чем девушками. Значительная разница 19-24 баллов наблюдается в таких развитых странах, как Италия, Лихтенштейн, Швейцария, Бельгия, Великобритания, Люксембург, Австрия, США.

В группе лидирующих стран выявились разные тенденции. Так, в Республике Корея, Японии, Финляндии, Шанхае и Тайване нет значимого различия между результатами мальчиков и девочек, а в Сингапуре, Гонконге, Швейцарии, Нидерландах, Канаде это различие значимо.

В России различий в уровне математической грамотности юношей и девушек не выявлено (см. Таблицу 2.2.4).

Таблица 2.2.4

Распределение российских юношей и девушек по уровням математической грамотности в 2009 гг. (в %)

	Уровень 6	Уровень 5	Уровень 4	Уровень 3	Уровень 2	Уровень 1	Уровень ниже 1	Средний балл
Юноши	1,1	4,5	13,0	25,0	28,1	18,2	10,1	469
Девушки	0,8	4,0	12,4	25,0	28,9	19,8	9,0	467
Все участники	1,0	4,3	12,7	25,0	28,5	19,0	9,5	468

Выводы

1. По результатам исследования математической грамотности 15-летних учащихся в 2009 году, т.е. их способности использовать полученные в школе знания и умения для решения широкого круга проблем, возникающих в повседневной жизни, российские учащиеся оказались в группе стран, результаты которых существенно ниже результатов стран ОЭСР. Рейтинг российских учащихся составляет 38-39 место среди 65 стран-участниц.

2. За годы участия в программе PISA (с 2000 по 2009 годы) не произошло никаких положительных изменений в состоянии математической грамотности российских 15-летних учащихся. Формированию математической грамотности в практике работы российской школы до настоящего времени не уделяется должного внимания. Первые результаты о низком уровне математической грамотности российских выпускников средней школы были получены в 1995 году в рамках международного исследования качества математического и естественнонаучного образования TIMSS².

3. Сравнение результатов России с другими странами явно показывает отличие приоритетов отечественного математического образования от приоритетов, которые проявились в исследовании PISA и разделяются многими странами. Результаты международных сравнительных исследований TIMSS (1995, 1999, 2003, 2007 гг.) свидетельствуют, что уровень предметных математических знаний и умений российских восьмиклассников не ниже или превышает уровень учащихся многих стран, которые в исследованиях PISA (2000, 2003, 2006, 2009 гг.) показали существенно более высокий уровень способности применять свои знания в ситуациях, близких к реальным. В эту группу стран входят Австралия, Великобритания, Канада, Венгрия, Италия, Новая Зеландия, Чешская Республика, Швеция, Норвегия и др. Это говорит о том, что в настоящее время, обеспечивая учащихся значительным багажом знаний, российская система обучения математике не способствует развитию у них умения выходить за пределы учебных ситуаций, в которых формируются эти знания.

Невысокие результаты сравнительных международных исследований показали, что давно поставленная перед российской школой цель подготовить выпускников к свободному использованию математики в повседневной жизни в значительной степени не

² В исследовании TIMSS 1995 года впервые были получены данные, которые выявили достаточно высокий уровень предметных знаний и умений российских учащихся по математике и естествознанию и низкий уровень их способности применять эти знания и умения в различных ситуациях.

достигается на уровне требований международных тестов, проверяющих математическую грамотность.

Одна из причин этого явления – крайности в реализации академической направленности школьного курса математики, что привело к отсутствию должного внимания к практической составляющей содержания обучения в основной школе. Эта позиция отразилась и в содержании итоговой аттестации выпускников основной школы, которая в обязательном порядке проводится только по курсу алгебры 7-9 классов, а по курсу геометрии по выбору учащихся.

Не оказал существенного влияния переход основной школы на работу по стандартам 2004 г., в которых было выделено специальное требование к математической подготовке – «использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни». Это требование нашло отражение в планируемых результатах, представленных в стандартах второго поколения (2009 г.) для начальной, основной и старшей школы. Однако опыт работы школы явно свидетельствует, что без целенаправленной работы по обеспечению достижения учащимися этого требования вряд ли наступят положительные перемены в практической составляющей математической подготовки выпускников российской школы. Российской системе образования необходимо предпринять ряд усилий по созданию новых учебных пособий, переподготовке учителей, мониторингу способности применять изученные знания в учебных и практических ситуациях.

4. За годы участия в международной программе PISA многие страны пересмотрели требования к математической подготовке школьников, учитывая результаты, показанные в данном исследовании, что позволило осуществить целенаправленную подготовку учащихся к выполнению подобных заданий. Проведенная работа явно способствовала большей успешности учащихся этих стран в исследовании 2009 г. Так, значительно возросла успешность в выполнении тестов учащимися многих стран, которые ранее показали невысокие результаты, сравнимые с Россией. Из 14 стран, которые в 2003 г были сравнимы с Россией, 13 стран к 2009 г. заняли места значимо выше России. Среди них такие страны, как Германия, США, Венгрия, Польша, Норвегия и др.

Тенденция повышения результатов тестирования многих стран-участниц убедительно показывает, что эти страны считают приоритеты в направленности математического образования, принятые мировым сообществом в исследовании PISA, прогрессивными и корректируют цели и задачи школьного курса математики в своих странах. Отсутствие существенных изменений в результатах российских учащихся явно показывает, что в России подобная работа не проводится.

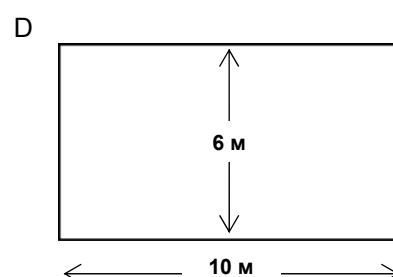
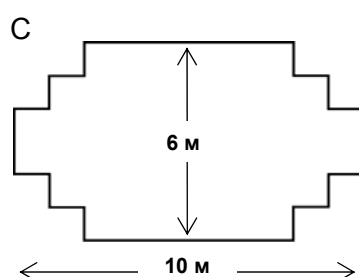
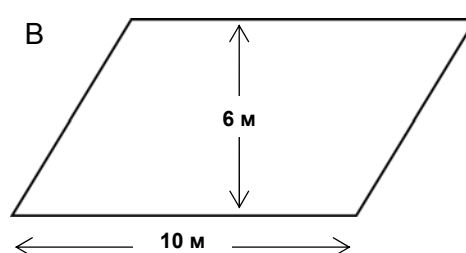
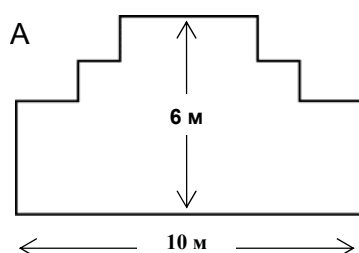
5. Результаты исследования PISA требуют дальнейшего анализа российскими методистами, психологами, авторами учебников, разработчиками стандартов и другими специалистами в области математического образования. При разработке стандартов второго поколения и сопровождающих методических материалов, которая осуществляется в настоящее время, необходимо широкое общественное обсуждение нахождения разумного баланса между традиционными приоритетами в области математического образования в России и приоритетами, которые проявились в исследовании PISA.

ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

Пример 1. Задание «Садовник»

САДОВНИК

У садовника имеется 32 м провода, которым он хочет обозначить на земле границу клумбы. Форму клумбы ему надо выбрать из следующих вариантов.



Вопрос 1: САДОВНИК

Обведите слово «Да» или «Нет» около каждой формы клумбы в зависимости от того, хватит или не хватит садовнику 32 м провода, чтобы обозначить ее границу.

Форма клумбы	Хватит ли 32 м провода, чтобы обозначить границу клумбы?
Форма А	Да / Нет
Форма В	Да / Нет
Форма С	Да / Нет
Форма D	Да / Нет

ОЦЕНКА ОТВЕТА:

Содержательная область: Пространство и форма

Трудность: 687 баллов по 1000-балльной шкале. 6 уровень сложности.

Процент верного выполнения: Россия – 22,7%, страны ОЭСР – 20,2%

Ответ принимается полностью:

Форма А	Да
Форма В	Нет
Форма С	Да
Форма D	Да

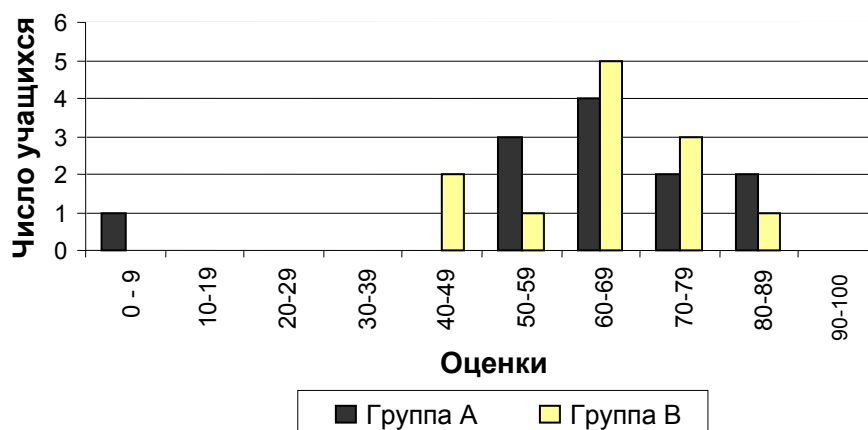
Пример 2. Задание «Тестовые оценки»

ТЕСТОВЫЕ ОЦЕНКИ

Ниже на столбчатой диаграмме представлены результаты выполнения теста по биологии группами учащихся, обозначенными как Группа А и Группа В.

Средняя оценка группы А равна 62,0 и средняя оценка Группы В равна 64,5. Считается, что учащийся справился с тестом, если его оценка 50 или более баллов.

Оценки по тесту по биологии



Вопрос 2: ТЕСТОВЫЕ ОЦЕНКИ

Посмотрев на диаграмму, учительница сделала вывод о том, что Группа В выполнила тест лучше, чем Группа А.

Учащиеся Группы А не согласны с ее мнением. Они стараются убедить учительницу в том, что учащиеся Группы В не обязательно выполнили тест лучше них.

Используя диаграмму, приведите один математический довод, которым могли бы воспользоваться учащиеся Группы А.

ОЦЕНКА ОТВЕТА:

Содержательная область: Неопределенность

Трудность: 620 баллов по 1000-балльной шкале. 5 уровень сложности

Процент верного выполнения: Россия – 19,2%, страны ОЭСР – 32,7%

Пример 3. Задание «Обменный курс»

ОБМЕННЫЙ КУРС

Мэй-Линг из Сингапура готовилась в качестве студентки по обмену отправиться на 3 месяца в Южную Африку. Ей нужно было обменять некоторую сумму сингапурских долларов (SGD) на южно-африканские рэнды (ZAR).

Вопрос 3: ОБМЕННЫЙ КУРС

За прошедшие 3 месяца обменный курс изменился, вместо 4,2 стал 4,0 ZAR за 1 SGD.

Был ли обменный курс в 4,0 ZAR вместо 4,2 ZAR в пользу Мэй-Линг, когда она снова обменяла южно-африканские рэнды на сингапурские доллары?

Запишите объяснение своего ответа.

ОЦЕНКА ОТВЕТА:

Содержательная область: Количество

Трудность: 586 баллов по 1000-балльной шкале. 4 уровень сложности

Процент верного выполнения: Россия – 28,7%, страны ОЭСР – 40,5%

Ответ принимается полностью: «Да», и дано соответствующее объяснение.

ОБМЕННЫЙ КУРС

Мэй-Линг из Сингапура готовилась в качестве студентки по обмену отправиться на 3 месяца в Южную Африку. Ей нужно было обменять некоторую сумму сингапурских долларов (SGD) на южно-африканские рэнды (ZAR).

Вопрос 6: ОБМЕННЫЙ КУРС

Мэй-Линг узнала, что обменный курс между сингапурским долларом и южно-африканским рэндом был:

$$1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$$

Мэй-Линг обменяла 3000 сингапурских долларов на южно-африканские рэнды по данному обменному курсу.

Сколько южно-африканских рэндов получила Мэй-Линг?

ОЦЕНКА ОТВЕТА:

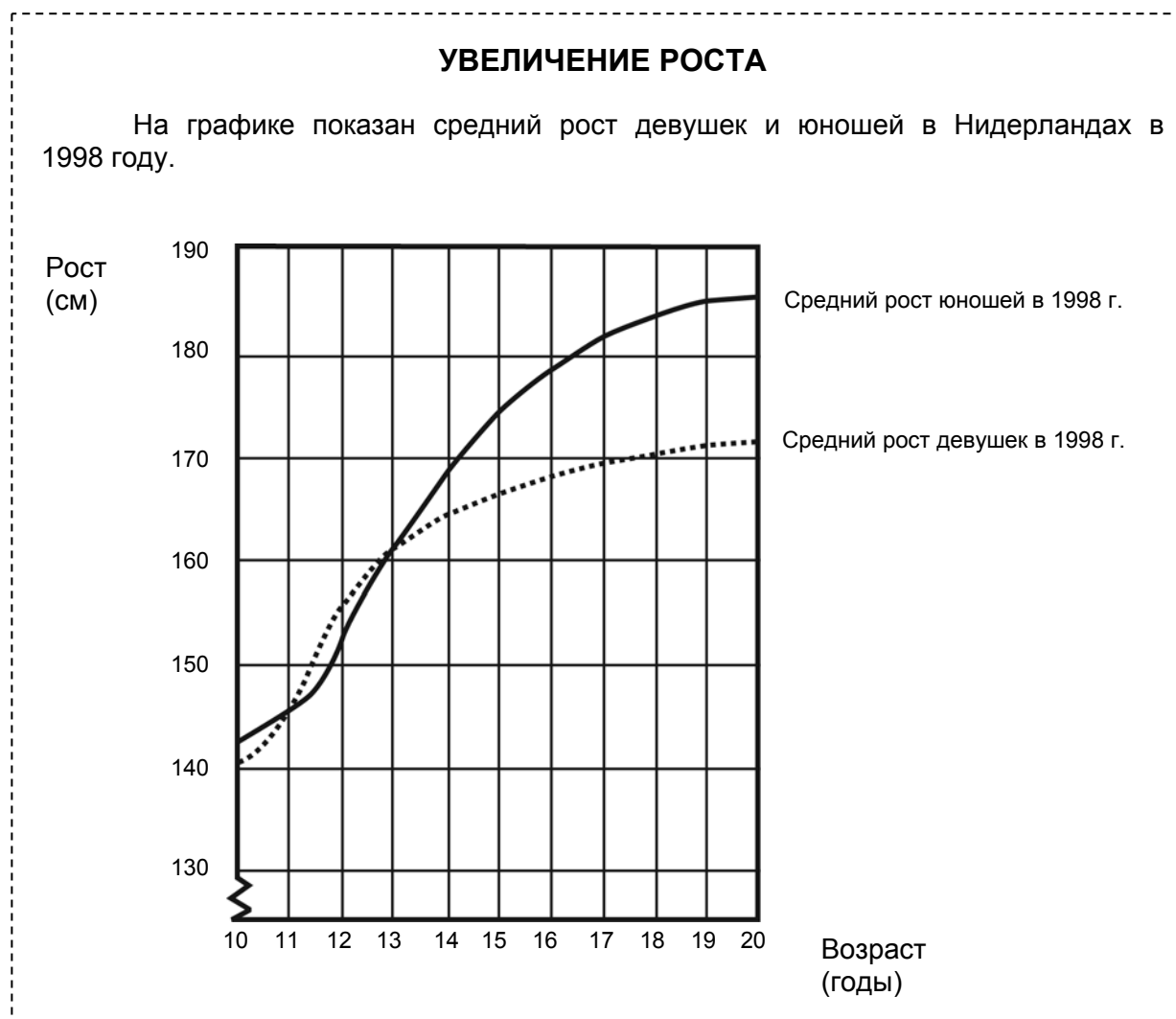
Содержательная область: Количество

Трудность: 406 баллов по 1000-балльной шкале. 1 уровень сложности

Процент верного выполнения: Россия – 84,9%, страны ОЭСР – 79,9%

Ответ принимается полностью: 12600 ZAR (единицы указывать не обязательно)

Пример 4. Задание «Увеличение роста»



Вопрос 4: УВЕЛИЧЕНИЕ РОСТА

Пользуясь графиком, определите, в каком возрасте девушки в среднем выше юношей того же возраста.

ОЦЕНКА ОТВЕТА:

Содержательная область: Изменение и зависимости

Трудность: 525 баллов по 1000-балльной шкале. 3 уровень сложности

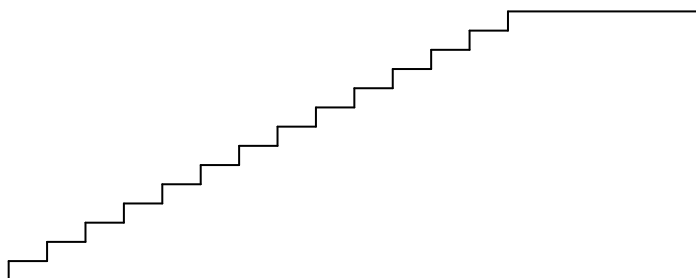
Процент верного выполнения: Россия – 63,7%, страны ОЭСР – 54,8%

Ответ принимается полностью: Указан верный интервал 11-13 лет или указано, что девушки 11 и 12 лет выше юношей.

Пример 5. Задание «Лестница»

ЛЕСТНИЦА

На рисунке изображена лестница с 14 ступеньками, высота которой 252 см.



Высота лестницы 252 см

Длина 400 см

Вопрос 5: ЛЕСТНИЦА

Какова высота каждой из 14 ступенек?

Высота: см.

ОЦЕНКА ОТВЕТА:

Содержательная область: Пространство и форма

Трудность: 421 баллов по 1000-балльной шкале. 2 уровень сложности

Процент верного выполнения: Россия – 75,6%, страны ОЭСР – 78,3%

Ответ принимается полностью: 18