

4. Состояние образовательных достижений выпускников средней (полной) школы

4.1. Изучение состояния образовательных достижений учащихся 11 классов по математике

4.1.1. Введение

Основная цель мониторинга на завершающем этапе эксперимента по модернизации структуры и содержания математического образования (2001 – 2003 г.г.) - зафиксировать образовательные достижения по математике выпускников экспериментальных школ. Поставленная цель, в свою очередь, определила основные задачи исследования – распределить выпускников на группы, различающиеся по уровню математической подготовки, а также проверить готовность выпускников к обучению в вузах. В связи с тем, что поставленные задачи в основном совпадали с целями проведения единого государственного экзамена (ЕГЭ), было решено использовать для проведения мониторинга инструментарий, разработанный для пробного ЕГЭ по математике в апреле 2003 г.

Для проведения исследования были использованы 4 варианта пробного ЕГЭ по математике. В исследовании приняли участие выпускники экспериментальных школ, расположенных в 43 регионах России. Работу по математике выполняло около 22000 учащихся 11 класса из 1170 общеобразовательных учреждений. Отметим, что оценка состояния математической подготовки выпускников экспериментальных школ, представленная в этом отчете, проводилась на основе результатов данной выборки учащихся.

Проверка и оценка работ учащихся проводилась учителями в соответствии с инструкциями, разработанными авторами проверочных работ. Это позволило учителям экспериментальных классов незамедлительно получить информацию об особенностях исходной математической подготовки своих учащихся, оценить ее состояние с точки зрения критериев, предложенных в исследовании, и оперативно использовать для корректировки дальнейшего процесса обучения с целью подготовки учащихся к сдаче выпускного экзамена или к сдаче ЕГЭ, если регион принимал участие в этом экзамене.

4.1.2. Характеристика работы

В связи с задачами исследования проверочная работа обеспечивала проверку овладения материалом курса алгебры и начал анализа 10-11 классов, усвоение которого проверяется на выпускном экзамене за среднюю школу, а также материалом некоторых тем курсов алгебры основной школы и геометрии основной и средней школы, которые традиционно контролируются на вступительных экзаменах в вузы. При этом в содержание проверки включались только те вопросы, которые входят в основной нормативный документ - минимум содержания основной и средней школы по математике.

Работа рассчитана на выпускников средних общеобразовательных учреждений (школ, гимназий, лицеев), изучивших математику в объеме курса В.

Назначение проверочной работы определило специфику ее содержания. Необходимость оценки уровня подготовки выпускников школы по курсу алгебры и начал анализа 10-11 классов и выполнения требований вступительных экзаменов в вузы обусловила включение в работу достаточно представительного числа алгебраических заданий, отвечающих материалу, изучаемому в данном курсе. Требования вступительных экзаменов в вузы определили включение в работу алгебраических заданий, составленных на материале некоторых разделов курса алгебры основной школы, а также геометрических заданий по материалу курсов геометрии основной и средней (полной) школы. То есть следовало проверить овладение материалом всех блоков, на которые в школьной программе распределено содержание курса математики основной и средней

школы: «Выражения и преобразования», «Уравнения и неравенства», «Функции», «Числа и вычисления», «Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин». При этом в соответствии со спецификой математики основное внимание уделялось проверке овладения практической составляющей курса математики (умениям применять стандартные методы и алгоритмы, изученные в старшей школе), но наряду с этим осуществлялась и непосредственная проверка овладения его теоретической частью.

Соотношение между числом алгебраических и геометрических заданий в работе примерно отвечает соотношению, принятому на вступительных экзаменах в вузы. Отражение в варианте работы содержания трех первых блоков (Выражения и преобразования, Уравнения и неравенства, Функции) отвечает особенностям и значимости материала, включенного в эти блоки. Небольшое число заданий, составленных на материале блока «Числа и вычисления», объясняется тем, что овладение этим материалом проверяется при выполнении заданий, составленных на материале трех первых блоков.

Распределение заданий работы по основным блокам содержания приведено в таблице 4.1.

Таблица 4.1

Распределение заданий по основным блокам содержания
школьного курса математики

Блоки содержания	Число заданий
Выражения и их преобразования	6
Уравнения и неравенства	9
Функции	11
Числа и вычисления	1
Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	3
Итого	30

Структура работы. Типы проверочных заданий. Время выполнения работы

Структура работы отвечает ее назначению. Работа содержит 30 заданий, распределенных на 3 части (1, 2, 3), различающиеся по содержанию, сложности, числу и форме включаемых в них заданий. В работе используются три типа заданий: в Части 1 - с выбором ответа (тип А), в Части 2 - с кратким свободным ответом в виде некоторого числа (тип В), в Части 3 - с развернутым свободным ответом (тип С – запись в свободной форме полного обоснованного решения).

В соответствии с принятой структурой и содержанием работы Часть 1 включает 16 алгебраических заданий, составленных на материале курса алгебры и начал анализа 10-11 классов. Эти задания достаточно полно охватывают материал данного курса и соответствуют уровню базовой подготовки (курс В). При выполнении этих заданий от учащегося требуется применить свои знания в знакомой ситуации. Они посильны для учащихся, подготовка которых отвечает базовому уровню. Наряду с проверкой овладения основными алгоритмами, проверяется понимание некоторых основных математических понятий (геометрический и физический смысл производной и др.)

Часть 2 включает 10 заданий повышенного уровня сложности, при решении которых от учащегося требуется применить свои знания в измененной ситуации, используя при этом методы, известные ему из школьного курса. Они составлены на материале, предлагаемом как на выпускном экзамене в школе, так и на вступительных экзаменах в вузы, и отвечают минимуму содержания основной и средней (полной) школы. Поэтому в эту часть работы включены задания как по курсу алгебры и начал анализа 10-

11 классов, так и по некоторым вопросам курса математики основной школы и по курсу геометрии основной и средней (полной) школы: 8 заданий по алгебре и 2 – по геометрии (одно – по планиметрии и другое – по стереометрии). При их выполнении от учащихся требуется применить в измененной ситуации знание конкретных математических методов, известных им из школьного курса.

Часть 3 включает 4 задания высокого уровня сложности, требующие записи развернутого ответа (решения, обоснования). Три задания – алгебраические. При их выполнении выпускники должны сами разработать способ решения, используя в новой ситуации знания из различных разделов курса алгебры и начал анализа 10-11 классов. Четвертое задание – стереометрическая задача на комбинацию геометрических тел, при решении которой выпускники должны в новой ситуации применить знания из разных разделов курса геометрии основной и средней школы, правильно построить чертеж, привести аргументированное решение. Эти задания сравнимы с наиболее сложными заданиями традиционных письменных экзаменационных работ по курсу алгебры и начал анализа, предлагаемых в последние годы МО РФ на выпускных экзаменах в общеобразовательной средней (полной) школе, а также со сложными алгебраическими и геометрическими заданиями, предлагаемыми на вступительных экзаменах в большинстве вузов. Планируемая трудность двух первых алгебраических заданий около 10% - 15%, третьего задания (последнего в работе) – около 1% - 2%, геометрического задания – 2%-3%.

Выполнение заданий Части 1 позволяет зафиксировать достижение выпускником уровня обязательной подготовки по курсу алгебры и начал анализа 10-11 классов, наличие которой принято оценивать положительной отметкой «3». Выполнение заданий Частей 2 и 3 позволяет осуществить последующую более тонкую дифференциацию достижений учащихся и на этой основе зафиксировать достижение ими повышенного или высокого уровня математической подготовки.

На выполнение экзаменационной работы отводится 240 минут (4 часа). Часть 1 включает 16 заданий с выбором ответа обязательного уровня сложности. Эти задания составляют самую легкую часть работы. На их выполнение ориентировочно отводится 45 минут. Часть 2 содержит 10 заданий повышенного уровня сложности, доступных для более подготовленных учащихся. Ориентировочное время их выполнения – 80 минут. Часть 3 содержит задания высокого уровня сложности, которые рассчитаны на самых подготовленных выпускников. На выполнение этих заданий отводится ориентировочно 115 минут.

Варианты проверочной работы

Варианты проверочной работы 2003 г. составляются на основе общего плана. (см. Приложение 4.1). В мониторинге использованы 4 варианта работы, которые позволяют достаточно полно охватить содержание, подлежащее проверке. Эквивалентность вариантов по содержанию и уровню трудности обеспечивается с помощью отбора в каждую из трех частей работы заданий, содержание, уровень сложности и тип которых определяются общим планом работы, а также включением взаимозаменяемых, однотипных, примерно одинаковых по уровню сложности заданий, расположенных на одних и тех же местах во всех вариантах работы.

Система оценивания выполнения отдельных заданий и работы в целом

Ответы учащихся к заданиям Части 1 и Части 2, внесенные в бланки ответов, сканировались и проверялись с помощью компьютера. Если задание верно выполнено, то выставлялся 1 балл, если выполнено неверно или не выполнялось – 0 баллов.

Ответы учащихся к заданиям Части 3 проверялись учителями школ, в которых проводился мониторинг, на основе специально разработанных рекомендаций по оценке выполнения этих заданий., а затем перепроверялись независимыми экспертами В зависимости от правильности и полноты ответа к заданию за его выполнение можно получить от 0 до 4 баллов максимально.

Таким образом, за верное выполнение всех заданий работы можно было максимально получить 42 первичных балла (26 заданий из Частей 1 и 2 – 26 баллов, 4 задания Части 3 – $4 \times 4 = 16$ баллов).

Оценка усвоения выпускником *курса алгебры и начал анализа* 10-11 классов и оценка уровня его подготовки *по математике к поступлению в вузы* проводятся раздельно.

Оценка уровня подготовки по математике к поступлению в вузы определялась на основе первичных баллов, выставленных за выполнение всех заданий работы.

Оценка усвоения курса алгебры и начал анализа 10-11 классов определялась на основе результатов выполнения 25 заданий, составленных на материале этого курса, и не принималось во внимание выполнение 5 оставшихся заданий, составленных на материале курса алгебры основной школы (см. задания В7 и В8 в общем плане работы) и курсов геометрии основной и средней школы (задания В9, В10 и С3).

4.1.3. Характеристика экспериментальных 11 классов, участвовавших в проверке

Итоги педагогических экспериментов убедительно свидетельствуют о значительном влиянии состава экспериментальных классов на возможность получения более полной информации об эксперименте и интерпретацию его результатов. Поэтому представляют значительный интерес сведения об особенностях классов, участвовавших в мониторинге.

Проверочные работы по алгебре и геометрии предлагалось провести в апреле во всех регионах в 11 –ых классах тех школ, которые принимали участие в эксперименте. В итоге к назначенному сроку из Центра тестирования были получены данные по 1170 классам из школ, расположенных в 43 регионах. Всего работу выполнял 22051 выпускник.

Отметим, что в апреле 2003 г. одновременно с мониторингом подготовки выпускников экспериментальных школ проводился пробный ЕГЭ по математике. Как уже говорилось, для мониторинга использовались те же 4 варианта проверочной работы, которые были подготовлены для пробного экзамена. В этих условиях часть экспериментальных школ, расположенных в регионах, которые участвуют в ЕГЭ, вместо мониторинга приняли решение проводить пробный ЕГЭ. Сама процедура проведения пробного ЕГЭ отличалась от условий, в которых проходил мониторинг, поэтому результаты этих классов не учитывались при подсчете результатов мониторинга. Кроме того, более половины численности выборки составили выпускники школ, расположенных в четырех регионах (Владимирская область – 3145 учащихся, Московская область – 5313, Саратовская область – 3523, г. Москва - 1777). На остальные 39 территорий приходится менее половины численности выборки (8793), и в каждой из них работу выполняли от 13 до 443 выпускников. В связи с этим нет достаточных оснований считать выборку учащихся, участвовавших в мониторинге, представительной для всей совокупности выпускников экспериментальных школ. Поэтому приведенное далее описание состояния математической подготовки выпускников характеризует только тех выпускников, которые приняли участие в мониторинге, и лишь с большой осторожностью полученные выводы можно распространять на всю совокупность выпускников экспериментальных классов.

Очевидно, что на результаты мониторинга значительное влияние оказали особенности процесса обучения и состав учащихся экспериментальных классов. В связи с

этим представляет интерес более полная информация о классах, участвовавших в мониторинге. Некоторые дополнительные сведения удалось получить с помощью анкетирования учителей математики в этих классах.

1. Программа, по которой работал класс:

Базового курса А – 37%; Профильного курса – 59%; другая – 4%. Следует отметить, что оказалась востребованной программа, разработанная для курса А, так как более трети классов работали по этой программе.

2. Продолжительность урока

Обращает на себя внимание значительное различие во времени, отводимом на изучение математики в экспериментальных классах. Продолжительность урока: 40 мин – 62% классов; 45 мин – 38%. За 2 года по сравнению с 45-минутным уроком потеря времени при 40- минутном уроке составляет примерно 38 уроков по 45 мин. (за год – 170 уроков \times 2 года \times 340 уроков \times 5 мин = 1700 мин : 45 мин = 37,8 уроков).

3. Профиль классов

Значительный интерес представляют данные о распределении 1170 экспериментальных классов по профилям обучения:

общеобразовательные – 31%
 физико-математические – 19% (17,2% было в 2001 г.),
 гуманитарные – 13% (13%),
 химико-биологический – 7% (14,1%),
 социально-экономические – 6% (5,4%),
 технологические – 6% (6,8%),
 другие – 13% (36,3%),
 общеобразовательный с профильными группами – 8%.

К сожалению, полученные данные содержат далеко не полную информацию о характере классов, так как в 13% классов учителя не уточнили в анкете профиль своего класса. Анализ данных показывает, что часть классов, указавших профиль «общеобразовательный», видимо, работает по программе курса А, а остальные – по программе курса В.

Тем не менее, разнообразие профилей, выбранных экспериментальными классами, безусловно, позволит впоследствии оценить особенности, преимущества, недочеты, а также перспективы каждого из основных профилей, предлагаемых на данный момент в старшей школе.

4. Основные учебники по математике, по которым изучается курс алгебры и начал анализа

Не вызывает сомнений, что на результаты эксперимента большое влияние оказывают учебники, по которым проводилось обучение. Приведем данные о том, как распределились классы по учебникам, рекомендованным для экспериментальных классов (см. таблицу 4.1.2).

Таблица 4.1.2

Распределение основных и дополнительных учебников алгебры
в экспериментальных классах

Учебники по алгебре и началам анализа	2003 г. Число классов (в %)	
	Основной учебник	Дополнительный учебник
1. А.П.Карп, А.Л.Вернер "Математика"	3,3%	3,6%,
2. М.И.Башмаков "Алгебра и начала анализа"	19,3%	17,9%;
3. Ю.М.Колягин и др "Алгебра и начала анализа"	11,4 %	8,4%
4. С.М.Никольский «Алгебра и начала анализа»	11,5%	13%;

5. А.Н.Колмогоров и др. "Алгебра и начала анализа"	14,6%	41%;
6. Ш.А.Алимов и др."Алгебра и начала анализа"	4,2%	21,5%;
7. А.Г.Мордкович "Алгебра и начала анализа"	35,3%	16,8%;
8. Другие учебники	2,4%	11,9%.

Обращает на себя внимание неравномерный выбор учебников, а также то, что около 17% используемых в экспериментальных классах учебников не входят в список учебников по алгебре, рекомендованных для проведения эксперимента. Так, значительную часть этих учебников (15%) составляет учебник А.Н.Колмогорова. Этот факт убедительно свидетельствует о том, что многие учителя не имели возможности выбрать учебники, более подходящие для профиля класса, и вынуждены были довольствоваться теми, которыми располагала школа.

Представляет интерес мнения учителей относительно коррективов, которые они предложили внести в программу профильного курса математики:

- исключить некоторый материал - 34,3%,
- включить новый материал - 25,1%,
- усилить теоретическую направленность - 13,2%,
- усилить практическую направленность - 54%.

Обращает на себя внимание учителей к недостаточной практической направленности профильного курса математики. Целесообразно провести дополнительное исследование с целью выяснения конкретных вопросов содержания, которые, по мнению учителей, следует включить или, наоборот, исключить из программы.

Чуть меньше, чем в половине классов выбор учебника определял учитель (47,7%), в остальных случаях выбор определяли: региональные органы народного образования (20%), администрация школы (17%), Министерство образования РФ (8%). Отметим, что результаты различных исследований свидетельствуют о том, что при работе учителя по выбранному им учебнику результаты, показанные учащимися в целом выше, чем при работе по навязанному учебнику.

Интересно, как распределилось мнение учителей о качествах использованных ими учебников. Так, учителя ответили следующим образом на вопрос «Насколько соответствует используемый учебник профилю Вашего класса с точки зрения» (см. таблицу 4.1.3).

Таблица 4.1.3

	<i>В основном соответствует</i>	<i>Соответствует до некоторой степени</i>	<i>В основном не соответствует</i>
содержания	65%	28%	4%
стиля изложения	51%	32%	6%
доступности	52%	30%	7%
количества задач и упражнений	52%	27%	7%
характер задач и упражнений	41%	32%	5%

В среднем только около половины учителей считают, что содержание стиль изложения, доступность и др. соответствуют в основном профилю класса.

При этом только около четверти учителей (26%) отметили, что в учебнике достаточно много задач, которые производят впечатление на учащихся неожиданным результатом или красотой математического решения, а 13% указали, что в используемых ими учебниках такие задачи не встречались.

При контроле знаний учащихся явное большинство учителей - 73,7% ориентировались: на соответствующие минимуму содержания требования, которые указаны в программе; на проект обязательного минимума содержания и требований к подготовке учащихся, разработанный для эксперимента – 44,2%; на методическую литературу по контролю знаний - 38,7%; на систему заданий учебника – 24,1%; на требования, разработанные в регионе - 3,7%.

В заключение отметим, что только 21% учителей удовлетворен итогами эксперимента, примерно половина учителей (53%) удовлетворены итогами лишь частично, а не удовлетворены – 20%.

4.1.4. Результаты мониторинга образовательных достижений по математике

Итоговая проверочная работа по математике для выпускников 11 класса в соответствии с поставленными перед ней целями включала задания, направленные на проверку овладения содержанием курсов «Алгебры и начал анализа» и «Геометрии».

Охарактеризуем подробнее часть заданий работы по курсу «Алгебры и начал анализа». Для определения уровня образовательных достижений выпускника по этому курсу в работе были представлены задания по материалу трех содержательных линий: «Выражения и преобразования» (6 заданий), «Уравнения и неравенства» (9 заданий), «Функции» (11 заданий). Заметим, что распределение количества заданий по каждой из содержательных линий отражает особенности курса, но в то же время является достаточно условным. Это объясняется тем, что ряд заданий, отнесенных к одной из содержательных линий, проверяет также усвоение материала, который относится к другой линии. Так, например, при выполнении заданий на решение уравнений и неравенств требовалось выполнить некоторые тождественные преобразования, в заданиях на исследование функций было необходимо решить уравнение или неравенство.

Для определения уровня достижений учащихся предлагались задания трех уровней сложности: базового, повышенного и высокого. При выполнении заданий базового уровня от учащихся требовалось воспроизведение и прямое применение некоторого знания или способа действия (алгоритма). Например, «Представьте выражение $\frac{2^{3,5} \cdot 2^{-1,5}}{2^{-3}}$ в виде степени с основанием 2». Для решения такой задачи надо было применить известные свойства произведения и частного степеней с одинаковыми основаниями. При выполнении заданий повышенного уровня следовало применить изученные знания или метод решения в несколько измененной ситуации, например, переформулировать условие или преобразовать исходные данные, или перевести условие задания с «алгебраического языка» на «геометрический язык». Отметим, что подобные действия учащиеся постоянно выполняют в процессе обучения. Например, при решении задания «Укажите наименьшее целое решение неравенства $4^x - 2^{x+5} - 68 \geq 0$ » сначала надо преобразовать данное неравенство к виду $2^{2x} - 32 \cdot 2^x - 68 \geq 0$, а затем выполнить стандартную процедуру решения.

При решении задач высокого уровня сложности требовалось применить известные ученику знания в новой для него ситуации, т.е. из известных фактов и методов сконструировать новый метод решения поставленной задачи. Например, при выполнении задания «Решите уравнение $2|2^x - 1| = 3 \cdot 4^x + 2^{x+2} - 1,75$ » нужно было самому выделить два случая, проанализировать их и для каждого решить соответствующее показательное уравнение и полученный ответ сравнить с выделенными случаями и условиями задачи.

Для проверки достижений уровня базовой подготовки предлагались задания с выбором ответа (16 заданий Части 1). Достижение продвинутого уровня подготовки проверялось при выполнении группы заданий, требующих краткого ответа (10 заданий

Части 2). Достижение высокого уровня математической подготовки фиксировалось с учетом выполнения заданий с развернутым ответом (3 задания Части 3).

Охарактеризуем выполнение заданий каждой из содержательных линий.

Выражения и преобразования

Каждый вариант проверочной работы включал задания на тождественные преобразования выражений, содержащих:

- степени с рациональным показателем;
- корни с натуральным показателем;
- логарифмы;
- тригонометрические функции.

В первой части работы на базовом уровне проверялось владение основными свойствами указанных выше выражений или основными формулами. Действительно, при выполнении 4 первых заданий требовалось соответственно применить свойства произведения и частного степеней с одинаковыми основаниями (в основной школе изучается только для натуральных показателей), свойства корня из произведения сомножителей (изучается в основной школе только для квадратных корней), основное логарифмическое тождество, формулы двойного аргумента для синуса и косинуса.

С указанными заданиями выпускники справились достаточно успешно: первые два от 91% до 94%, два последующих – от 84% до 90%.

Анализ ответов, которые выбирали учащиеся, показывает, что они допускали различные вычислительные ошибки, а также ошибки из-за незнания проверяемых основных теоретических фактов. Например, при упрощении степенного выражения

$$\frac{2^{3,5} \cdot 2^{-1,5}}{2^{-3}} \quad 6\% \text{ учащихся указали в ответе } 2^{-2}.$$

Выбор данного ответа показывает непрочное знание свойства частного степеней, так как вместо разности показателей степеней была подсчитана их сумма.

Часть 2 включала задание только на преобразование числового выражения, содержащего тригонометрические функции. В этом задании повышенного уровня следовало самому выбрать «направление» для преобразования выражения, так как в самом условии не было соответствующего указания. Например, в задании «Найдите значение выражения $2\sqrt{2}(\cos 15^\circ - \sin 15^\circ)$ » надо сообразить, что данное выражение следует представить в виде синуса (косинуса) разности (суммы) двух углов. Такие идеи рассматриваются при решении задач в каждом из действующих учебников по алгебре и началам анализа. Справились с подобными заданиями от половины и более выпускников (48% - 68%).

В итоговой проверочной работе 8 заданий проверяли усвоение материала, связанного с решением уравнений, неравенств и систем уравнений.

В Части 1 с помощью 5 заданий проверялись умения:

- решать тригонометрические и показательные уравнения;
- решать дробно-рациональные и логарифмические неравенства;
- решать иррациональные уравнения и делать вывод относительно числа корней и относительно характеристики корней.

Заметим, что в заданиях, содержащих уравнения и неравенства, проверялось умение применить стандартные, представленные во всех учебниках методы решения. При решении этих заданий практически с помощью одного «шага» данное уравнение или неравенство можно было свести к простейшему виду.

Как показывает анализ результатов, с решением уравнений и базового, и повышенного уровней выпускники традиционно справляются значительно лучше, чем с решением неравенств. Так, например, умеют решать показательные уравнения,

сводящиеся к простейшему с помощью разложения на множители (вынесение общего множителя), 85%-91% выпускников, и тригонометрические уравнения, сводящиеся к простейшим (например, $\cos x = 0$) с помощью разложения на множители, также 85%-91%.

Несколько хуже обстоят дела с решением неравенств. Так, например, с решением логарифмического неравенства вида $\log_a (kx+b) > c$ справились 60% -71% учащихся. И, как неоднократно отмечалось в других проверках, процент выполнения заданий существенно снижается, если основание логарифма в условии задачи меньше 1.

Не слишком высокий результат на базовом уровне (70%-79%) показали выпускники при решении дробно-рациональных неравенств. Анализ ответов учащихся показывает, что часть из них допускает ошибку в методе промежутков при расстановке знаков на числовой прямой (около 12% учащихся), некоторые не исключают из ответа число, при котором знаменатель дроби обращается в ноль (около 11%). Указанные ошибки являются типичными при отработке указанного метода. Их наличие свидетельствует о непрочном овладении способом решения неравенств.

Значительно хуже (50% -53%) других заданий учащиеся решают иррациональные уравнения и делают вывод относительно его корней. Предполагалось, что это происходит из-за непрочного усвоения основного метода решения этих уравнений – возведения во вторую степень обеих частей уравнения. Однако анализ ответов учащихся показывает, что эта часть метода ими освоена. Около 40% учеников не сумели среди найденных корней полученного в процессе решения уравнения (квадратного уравнения) выявить посторонние для иррационального уравнения корни. Это также типичная ошибка, которая требует тщательной отработки.

Вторая часть работы содержала два задания повышенного уровня на решение уравнений и неравенств: систему двух уравнений (показательного и логарифмического) и показательное неравенство. Результаты решения системы уравнений – 69%-72% (варианты 1-3), что свидетельствует о достаточно высоком уровне развития умения решать системы, содержащие различные виды уравнений, изучаемые в старшей школе. Несколько ниже результаты решения системы в варианте 4, где основание логарифма выражено дробью с иррациональным знаменателем. Возможно, что при выполнении этого задания учащиеся встретились с трудностями вычислительного характера.

При решении второго задания повышенного уровня сложности проверялось умение решать показательные неравенства с помощью сведения к квадратному неравенству. С ним справились от 33% до 57%. Анализ условия заданий различных вариантов работы показал, что при полном сходстве самих неравенств затруднения, по-видимому, вызвал дополнительный вопрос, сформулированный в условии – найти наибольшее (наименьшее) целое решение неравенства. Оказалось, что ученикам было проще найти наибольшее целое число на промежутке $(0; \log_3 28)$ нежели наименьшее целое число на промежутке $(0; \log_2 34)$.

В Части 3 проверочной работы к линии «Уравнения и неравенства» относилось только одно задание (С2) на решение показательного уравнения, содержащего модуль. Это задание высокого уровня сложности. Его выполнение оценивалось экспертами. Справились с этим заданием от 14% до 21% учащихся (эксперты выставили 3 или 4 балла за выполнение заданий).

Заметим, что показать владение умением решать различного вида уравнения и неравенства учащиеся должны и при решении других заданий высокого уровня (С1, С4). Однако по своему содержанию эти задания отнесены к линии «Функции», где результаты их выполнения и будут рассмотрены.

Владение материалом линии «Функции» проверялось с помощью 11 заданий базового уровня. Эти задания проверяли усвоение широкого спектра вопросов: область определения и область значений функции, промежутки знакопостоянства, точки

максимума и минимума, наибольшее и наименьшее значение, графики. Следует отметить, что большинство из указанных свойств функций учащиеся освоили на хорошем уровне - от 70% до 94% верных ответов на соответствующие задания. Лучше других выполняют задания, в которых нужно определить свойства функции по данному графику («прочитать график») – 86% - 94%. Несколько ниже результаты (65% - 70%) при ответе на вопросы, требующие знания свойств показательной функции (определить множество значений). Анализ ответов учащихся показал, что они плохо дифференцируют два понятия «область определения» и «множество значений». В некоторых случаях это объясняется неверным пониманием содержательного смысла этих понятий, в других случаях – недостаточным вниманием.

Достаточно хорошие результаты показаны при проверке умения дифференцировать тригонометрические функции (85%- 88%) и при проверке овладения физическим смыслом производной (73% - 75%). Как и в других исследованиях, невысокие результаты показаны в заданиях на проверку понимания геометрического смысла производной - 47% - 68%.

Во вторую часть работы были включены две задачи, связанные с использованием свойств функции (монотонность, точки максимума и минимума). Как в задании на геометрический смысл производной, в первой из этих задач требовалось использовать связь между возрастанием (убыванием) функции и знаком производной, а также график функции и график ее производной (фактически «прочитать графики»). С этим заданием справились 35% - 47% выпускников. Условие данного задания является нестандартным, чем, вероятно, и объясняется относительно невысокий процент его выполнения. Задача на определение максимума (минимума) функции также имела явно нестандартную формулировку. Выполнение задания предполагало хорошее владение понятийным аппаратом и умением проводить исследование. Задачу можно было решить, используя производную или элементарные методы. С ней справились 16% - 27% выпускников.

Часть 3 включала 2 задания (C1 и C4) высокого уровня, отнесенные к линии «Функции», где требовалось найти координаты точек пересечения графиков функций и исследовать область определения сложной функции, содержащей логарифмические функции.

Первое из этих заданий (C1) было менее сложным по сравнению со вторым (C4). Выполнение этого задания предполагало решение иррационального уравнения или системы двух иррациональных уравнений с двумя переменными. С методом решения подобного задания учащиеся знакомились при изучении курса алгебры. Сложность этого задания возрастала за счет усложнения преобразований, которые следовало выполнить при его решении, и за счет увеличения числа необходимых преобразований. С заданием справились от 14% до 21% учащихся.

Второе задание имело явно творческий характер. Учащиеся должны были самостоятельно разработать метод его решения. Отметим, что все составляющие элементы этого метода были им известны, но изучались при прохождении различных разделов курса математики. Задание выполнили 2% - 3% выпускников.

Для определения уровня подготовки выпускников к поступлению в вузы в работу были включены два задания по курсу алгебры основной школы. Их содержание связано материалом двух разделов программы по математике, усвоение которых традиционно проверяется на вступительных экзаменах в вузы. Первое задание – достаточно традиционная текстовая задача, которая решается с помощью составления уравнения. Однако вопрос задачи требовал проведения некоторого исследования, связанного со сравнением полученного ответа с условием задачи и выбором окончательного ответа, наилучшим образом отвечавшего этому условию. Эта оценочная часть решения не является пока обычной стандартной процедурой. По-видимому, этим фактом частично

можно объяснить сравнительно невысокие результаты выполнения этих задач (от 10% до 17%).

Второе задание на материал основной школы требовало применения знаний об арифметической прогрессии, формул n -го члена и суммы первых n членов. С подобными задачами учащиеся встречаются на уроках алгебры в основной школе. Наряду с проверкой усвоения указанных формул, эти задачи позволяли проверить и математическое развитие выпускников: умение переформулировать вопрос задачи, сформулировать новое требование в принятой ранее терминологии, подводящей к использованию стандартных методов решения. С этими задачами в разных вариантах работы справились от 32% до 37%, что значительно лучше, чем результаты текстовых задач, рассмотренных выше.

Геометрическая подготовка выпускников

Итоговая проверочная работа включала 3 задачи по геометрии: в Части 2 было 2 задачи повышенного уровня (1 - по планиметрии и 1 – по стереометрии) и в Части 3 была 1 задача высокого уровня – по стереометрии.

Задачи, включенные в Часть 2, не выходили за рамки школьного курса геометрии и проверяли владение важными фактами из планиметрии и стереометрии: свойства окружности, описанной около четырехугольника, и линии окружности (свойства хорд); свойства прямой призмы и сечения призмы плоскостями.

При решении планиметрической задачи можно было использовать различные теоретические факты, например, свойство катета, лежащего против угла в 30° , и теорему Пифагора или решение прямоугольных треугольников с помощью тригонометрии. Но отличительной особенностью планиметрических задач во всех вариантах работы было отсутствие сложных вычислений. С этими задачами справились от 15% до 25% учащихся.

Стереометрическая задача проверяла владение свойствами прямой призмы, умением представить расположение простейших сечений призмы, проходящих через ее ребро и точку, расположенную на одном из других ребер, или проходящих через 3 заданных точки на ребрах призмы. С помощью этих задач проверялось развитие пространственных представлений выпускников, а также умение вычислить значения геометрических величин, в частности, длин соответствующих отрезков. Эту задачу решили от 19% до 22% учащихся.

Отметим, что хотя планиметрическая задача не требовала в отличие от стереометрической практически никаких вычислений, но справились с ней не лучше. Скорее всего, это объясняется тем, что выпускники, которые полагали сдавать математику в вузы, еще не повторили материал основной школы.

Стереометрическая задача из Части 3 имела высокий уровень сложности. Во-первых, надо было представить конфигурацию геометрических объектов, о которой говорилось в условии задачи. Во-вторых, надо было представить, какие фигуры получаются в сечении конуса и усеченного конуса. В-третьих, требовалось знание соответствующих формул и умение вычислять значения геометрических величин, характеризующих фигуры, расположенные на плоскости и в пространстве (объемы тел). Кроме того, требовалось записать полное решение данной задачи и обосновать шаги решения и сделанные выкладки, ссылаясь на соответствующие теоретические факты. Получили правильный ответ и грамотно обосновали свое решение от 2% до 3% выпускников.

4.1.5. Выводы и предложения

Проверочные работы по алгебре и геометрии предлагалось провести в апреле во всех регионах в 11 классах тех школ, которые принимали участие в эксперименте. В итоге

к назначенному сроку из Центра тестирования были получены данные по 1170 классам из школ, расположенных в 43 регионах. Всего работу выполняли 21844 выпускника.

Одновременно с мониторингом подготовки выпускников экспериментальных школ проводился пробный ЕГЭ по математике, в котором использовались те же 4 варианта проверочной работы. В этих условиях часть экспериментальных школ, расположенных в регионах, которые участвуют в ЕГЭ, вместо мониторинга проводили пробный ЕГЭ, процедура проведения которого отличалась от условий мониторинга. Поэтому результаты этих классов не учитывались при подсчете результатов мониторинга. В связи с этим нет достаточных оснований считать выборку учащихся, участвовавших в мониторинге, представительной для всей совокупности выпускников экспериментальных школ. Поэтому приведенное далее описание состояния математической подготовки выпускников характеризует выпускников только тех классов, которые приняли участие в мониторинге, и лишь с большой осторожностью полученные выводы можно распространять на всю совокупность выпускников экспериментальных классов.

1. Подавляющее большинство учащихся - 86%, составивших данную выборку выпускников экспериментальных классов, достигли уровня базовой подготовки по курсу алгебры и начал анализа, то есть в целом усвоили основные элементы минимума содержания данного курса. Из них значительная часть – 63% не только достигли уровня базовой подготовки, но и продемонстрировали умение решать задания повышенного уровня сложности, а 16% - показали также умение решать и задания высокого уровня.

2. Результаты выполнения геометрических заданий показали, что с заданиями повышенного уровня сложности по четырем вариантам работы справились 17% - 25% выпускников, а с заданиями высокого уровня - 2% - 3%.

3. Выпускники владеют минимумом содержания по курсу алгебры и начал анализа на базовом уровне:

- тождественные преобразования 84% - 94%;
- уравнения 85% - 91%;
- неравенства 60% - 79%;
- функции 70% - 94%.

Повышенного уровня подготовки по алгебре и началам анализа достигли:

- тождественные преобразования 48% - 68%;
- уравнения 33% - 57%;
- неравенства 60% - 72%;
- функции 16% - 27%.

Высокого уровня подготовки достигли:

- уравнения 14% - 21%;
- функции и уравнения 19% - 23%;
- функции и неравенства 2% - 3%.

4. Уровень подготовленности выпускников к поступлению в вуз характеризует процент учащихся, достигших повышенного и высокого уровня подготовки. Выпускники лучше подготовлены к выполнению заданий на тождественные преобразования выражений, решение уравнений и неравенств, хуже – к решению задач по теме «Функции». С текстовыми задачами, традиционными для вступительных экзаменов в вузы, справились в среднем менее 14% выпускников. Менее всего подготовлены выпускники по курсу геометрии основной и средней школы.

5. Большинство выпускников владеют по курсу алгебры и начал анализа стандартными алгоритмами действий, основными методами решения математических задач. Вместе с тем, изменение привычных формулировок задач, увеличение числа операций в их решении, необходимость интерпретации полученного ответа с учетом условия задачи резко снижает проценты правильных ответов. Как и следовало ожидать,

небольшой процент выпускников справился с заданиями высокого уровня, в которых требовалось самостоятельно сконструировать способ решения, математически и логически грамотно записать обоснованное решение (см. приложение, задания С1-С4).

6. Проведенное исследование позволило сформулировать некоторые предложения по совершенствованию качества математической подготовки.

- в требованиях к математической подготовке выпускников средней (полной) школы более четко зафиксировать требования к усвоению основных математических понятий курса математики;
- более четко зафиксировать требования к овладению курсом математики на повышенном уровне;
- в процессе преподавания уделять больше внимания содержательному (а не формальному) раскрытию понятий; использовать различные графические интерпретации, разъясняющие сущность изучаемых теоретических фактов;
- предлагать больше заданий с вариативными формулировками, что даст возможность учащимся отойти от генерализации несущественных признаков, которые мешают при поиске решения задачи.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4.1

План итоговой проверочной работы по математике и результаты ее выполнения (апрель, 2003 года)

Порядковый номер задания	Обозначение задания в работе ^{16/}	Проверяемые элементы содержания и виды деятельности	Уровень сложности задания ^{17/}	Тип задания ^{18/}	Процент верных ответов по вариантам			
					вар. 1	вар. 2	вар. 3.	вар. 4
1	A1	Умение выполнять тождественные преобразования степенных выражений	Б	ВО	92	91	93	91
2	A2	Умение выполнять тождественные преобразования иррациональных выражений и находить их значение	Б	ВО	93	94	91	94
3	A3	Умение выполнять тождественные преобразования логарифмических выражений и находить их значение	Б	ВО	86	90	87	90
4	A4	Умение выполнять тождественные преобразования тригонометрических выражений	Б	ВО	87	84	85	86
5	A5	Умение решать дробно-рациональные неравенства	Б	ВО	73	70	79	70
6	A6	Умение решать показательные уравнения	Б	ВО	90	85	89	91
7	A7	Умение решать иррациональные уравнения	Б	ВО	55	53	54	53
8	A8	Умение решать логарифмические неравенства	Б	ВО	77	69	65	60
9	A9	Умение решать тригонометрические уравнения	Б	ВО	91	90	87	85
10	A10	Умение читать графики и иллюстрировать с помощью графика основные свойства функции	Б	ВО	94	71	92	88
11	A11	Умение находить область определения логарифмической функции	Б	ВО	85	82	83	89
12	A12	Умение находить множество значений показательной функции	Б	ВО	70	69	65	69
13	A13	Умение соотносить формулу заданной функции с ее графиком	Б	ВО	88	84	71	87
14	A14	Умение находить производную тригонометрической функции	Б	ВО	85	88	87	85
15	A15	Умение находить первообразную суммы функций	Б	ВО	79	76	74	73
16	A16	Понимать и использовать геометрический смысл производной	Б	ВО	50	68	47	48

16/ Обозначение заданий в работе: А – задания с выбором ответа, В – задания с кратким ответом, С – задания с развернутым ответом.

17/ Уровни сложности задания: Б – базовый, П- повышенный, В – высокий.

18/ Тип задания: ВО – задание с выбором ответа; КО – задание с кратким открытым ответом; РО – задание с развернутым открытым ответом.

17	B1	Умение решать системы, содержащие логарифмическое и показательное уравнения	П	КО	69	70	72	60
18	B2	Понимание смысла производной	П	КО	45	35	47	42
19	B3	Умение выполнять тождественные преобразования тригонометрических выражений и находить их значение	П	КО	66	53	68	48
20	B4	Умение находить наибольшее (наименьшее) значение сложной функции	П	КО	ошибка печати текста задания			
21	B5	Умение решать показательные неравенства	П	КО	42	33	57	38
22	B6	Умение находить максимум (минимум) сложной функции (с параметром)	П	КО	27	16	19	18
23	B7	Умение решать текстовые задачи (на работу)	П	КО	18	17	10	18
24	B8	Умение решать задачи на арифметическую прогрессию	П	КО	37	32	35	33
25	B9	Умение решать стереометрические задачи на вычисление геометрических величин	П	КО	22	19	20	21
26	B10	Умение решать планиметрические задачи на вычисление геометрических величин	П	КО	18		17	25
27	C1	Умение решать иррациональные уравнения.	В	РО	24	19	23	23
28	C2	Умение использовать несколько приемов при решении показательных уравнений	В	РО	21	14	17	20
29	C3	Умение вычислять геометрические величины в стереометрических задачах, связанных с комбинациями тел вращения (с комбинацией конусов и сечениями конусов плоскостью)	В	РО	3	2	2	3
30	C4	Умение находить область определения сложной функции (с параметром)	В	РО	3	2	2	2
30	A – 16 B – 10 C – 4		Б – 16 П – 10 В - 4	Общее время выполнения работы – 240 минут				

